

## ***Рекомендації і методичні вказівки до виконання контрольних робіт з математики***

Заочні підготовчі курси факультету довузівської підготовки (ФДП) засновано з метою надання допомоги абітурієнтам при підготовці до вступних іспитів у ХНАМГ.

Контрольні роботи з математики складені відповідно до програми вступних іспитів у вищі навчальні заклади в 2006 році.

Самостійна робота слухача заочних підготовчих курсів складається з опрацювання підручників, розв'язання задач згідно з рекомендованою літературою та виконання контрольних робіт. Кожна контрольна робота повинна бути виконана в окремому зошиті та подана до деканату ФДП до 15 березня поточного навчального року. Роботи можна надсилати поштою за адресою: 61002 м. Харків, ХНАМГ, вул.Революції,12. Підготовчі курси.

При розв'язанні алгебраїчних задач необхідно:

- повністю записати умову задачі;
- провести дослідження розв'язку;
- вказати всі обмеження, що виходять як з умови задачі, так і в ході перетворень;
- провести перевірку рішення (якщо це необхідно);
- записати відповідь.

При розв'язанні задач з планіметрії та стереометрії пропонуємо дотримуватись такої послідовності дій:

- акуратно виконати рисунок, показуючи суцільними видимі лінії, а пунктиром невидимі (для стереометричних задач);
- рисунок повинен обов'язково відповідати умові задачі, його не варто перевантажувати непотрібними деталями, але всі елементи, відомі з умови, а також ті, які треба знайти, повинні бути чітко означені;
- записати скорочено умову задачі («Дано:...», «Знайти:...»);
- позначки на рисунку повинні бути пояснені, а позначки в тексті з ними співпадати;
- якщо в процесі доведення застосовується будь-яка теорема або формула, то її потрібно назвати;
- звичайно стереометрична задача наближається до задачі з планіметрії, тому корисно виконувати окремі рисунки плоских фігур, зберігаючи при цьому позначення вихідного рисунка.

Контрольні роботи оцінюються викладачем за п'ятибальною системою. Якщо слухач отримав оцінку «незадовільно», то роботу необхідно переписати й подати до деканату ФДП.

## Контрольна робота №1

### Варіант 1

1. Спростити вираз  $\left(m + n - \frac{4mn}{m+n}\right) : \left(\frac{m}{m+n} - \frac{n}{n-m} - \frac{2mn}{m^2 - n^2}\right)$ .
2. Обчислити  $\left(\sqrt{(\sqrt{2}-1,5)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{2})^3}\right)^2 + 0,75$ .
3. Розв'язати рівняння  $(x-1)^3 + (2x+3)^3 - 8 = 27x^3$ .
4. Розв'язати рівняння  $\frac{x+11}{x^2-1} - \frac{x-1}{x+1} = \frac{2(x+7)}{x+1} - 4$ .
5. Розв'язати рівняння  $|x-1| + |4x-3| = x+16$ .
6. Розв'язати нерівність  $\frac{2x^2-9x+4}{x+3} \leq 0$ .
7. Розв'язати нерівність  $|x-3| > x^2 + 2x + 5$ .
8. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} 3x^2 - 4xy + 2y^2 = 17 \\ x^2 - y^2 + 16 = 0 \end{cases}$ .
9. Розв'язати систему нерівностей  $\begin{cases} x - \frac{x+1}{2} - \frac{x+4}{3} \leq \frac{x-1}{4} - 2 \\ 1,5x - 2,5 < x \end{cases}$ .
10. Записати у вигляді звичайного дробу нескінченну періодичну десяткову дріб 1,(6).

### Варіант 2

1. Спростити вираз  $\frac{a^3+b^3}{a+b} : (a^2-b^2) + \frac{2b}{a+b} - \frac{ab}{a^2-b^2}$ .
2. Обчислити  $\sqrt{(\sqrt{5}-2,5)^2} - \sqrt[3]{(1,5-\sqrt{5})^3} - 1$ .
3. Розв'язати рівняння  $(4x-1)^3 - (x+1)^3 + 8 = 27x^3$ .
4. Розв'язати рівняння  $\frac{4}{x^2-4} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{2x+2}$ .
5. Розв'язати рівняння  $|x+4| + |3x-5| = x+31$ .
6. Розв'язати нерівність  $\frac{x^2+x-6}{x+1} \leq 0$ .
7. Розв'язати нерівність  $|x+1| < x^2 + 4x + 3$ .
8. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} x^2 - 3xy + y^2 = -1 \\ 3x^2 - xy + 3y^2 = 13 \end{cases}$ .
9. Розв'язати систему нерівностей  $\begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x}{3} \geq \frac{x-1}{4} - x - 2 \\ 0,5x < 2 - x \end{cases}$ .

10. Записати у вигляді звичайного дробу нескінченну періодичну десяткову дріб  $5,8(12)$ .

## Контрольна робота №2

### Варіант 1

1. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+y+4} + \sqrt[3]{y+7} = 4 \\ x+2y=5 \end{cases}.$$
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt{1+4x-x^2} = x-1.$
3. Розв'язати рівняння  $(x-3)\sqrt{x^2-5x+4} = 2x-6.$
4. Розв'язати рівняння  $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}.$
5. Розв'язати рівняння  $\frac{x-a}{\sqrt{x-1}} = 0.$
6. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x+61} < x+5.$
7. Розв'язати нерівність  $\sqrt{2x^2-3x-5} < x-1.$
8. Розв'язати нерівність  $\frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{x+10} \leq \frac{\sqrt{8-2x-x^2}}{2x+9}.$
9. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x^2-5x+4} + \sqrt{x^2-5x+20} \geq 4.$
10. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x} + \sqrt{x-a} > 0.$

### Варіант 2

1. Розв'язати систему рівнянь 
$$\begin{cases} \sqrt[3]{x+2y} + \sqrt[3]{x-y+2} = 3 \\ 2x+y=7 \end{cases}.$$
2. Розв'язати рівняння  $\sqrt{4+2x-x^2} = x-2.$
3. Розв'язати рівняння  $(x+1)\sqrt{x^2+x-2} = 2x+2.$
4. Розв'язати рівняння  $\frac{\sqrt{x+6} - \sqrt{6-x}}{\sqrt{x+6} + \sqrt{6-x}} = \frac{x}{6}.$
5. Розв'язати рівняння  $\frac{x-1}{\sqrt{x+a}} = 0.$
6. Розв'язати нерівність  $\sqrt{3x+1} \leq x+1.$
7. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x^2-3x+2} > x+3.$
8. Розв'язати нерівність  $\frac{\sqrt{12-x-x^2}}{2x-7} \leq \frac{\sqrt{12-x-x^2}}{x-5}.$
9. Розв'язати нерівність  $\sqrt{x^2-x+2} + \sqrt{x^2-x+14} > 6.$
10. Розв'язати нерівність  $x\sqrt{x-a} \leq 0.$

## Контрольна робота №3

### Варіант 1

1. Спростити вираз  $2^{4\log_4 a} - 5^{\frac{1}{2}\log_5 a} - a^0$ .
2. Розв'язати рівняння  $4^x - 3^{x-0.5} = 3^{x+0.5} - 2^{2x-1}$ .
3. Розв'язати рівняння  $3^x + 4^x = 5^x$ .
4. Розв'язати нерівність  $3^x - 2^{x+4} > 3^{x-1} - 55 \cdot 2^{x-2}$ .
5. Розв'язати нерівність  $9^{x+1} - 2 \cdot 3^x < 7$ .
6. Розв'язати рівняння  $\log_7 (x-2) - \log_7 (x+2) = 1 - \log_7 (2x-7)$ .
7. Розв'язати рівняння  $\log_{\frac{1}{2}} 4x + \log_2 \frac{x^2}{8} = 8$ .
8. Розв'язати нерівність  $\log_{0.3} \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} < 0$ .
9. Розв'язати нерівність  $\frac{4}{\lg 10x} - \frac{5}{\lg 100x} \geq 0$ .
10. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} \log_y x + \log_x y = \frac{5}{2} \\ xy = 27 \end{cases}$ .

### Варіант 2

1. Спростити вираз  $81^{\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\log_9 4} + 25^{\log_{125} 8}$ .
2. Розв'язати рівняння  $5^{2x-1} + 4^x = 5^{2x} - 4^{x+1}$ .
3. Розв'язати рівняння  $2^x + 5^x = 7^x$ .
4. Розв'язати нерівність  $7^x - 2^{x+2} < 5 \cdot 7^{x-1} - 2^{x-1}$ .
5. Розв'язати нерівність  $3^{2x+1} + 3^{x+2} + 6 > 0$ .
6. Розв'язати рівняння  $\log_5 (3x-11) + \log_5 (x-27) = 3 + \log_5 8$ .
7. Розв'язати рівняння  $\log_2 2(x-1)^2 - \log_{\frac{1}{2}} (x-1) = 5$ .
8. Розв'язати нерівність  $\log_{0.5} \log_8 \frac{x^2-2x}{x-3} \leq 0$ .
9. Розв'язати нерівність  $\frac{1}{5-\lg x} + \frac{2}{1+\lg x} < 1$ .
10. Розв'язати систему рівнянь  $\begin{cases} \log_y x - \log_x y = \frac{8}{3} \\ xy = 16 \end{cases}$ .

## Контрольна робота №4

### Варіант 1

1. Спростити вираз  $\sqrt{\sin^2 \beta (1 + \operatorname{ctg} \beta) + \cos^2 \beta (1 + \operatorname{tg} \beta)}$ .

2. Довести справедливість рівності  $\cos 20^\circ + 2\sin^2 55^\circ - \sqrt{2} \sin 65^\circ = 1$ .
3. Розв'язати рівняння  $\sin(1-2x) = -\frac{1}{2}$ .
4. Розв'язати рівняння  $3\sin x + 4\cos x = 5$ .
5. Розв'язати рівняння  $\sin x + \sin 7x - \cos 5x + \cos 3x = 0$ .
6. Розв'язати рівняння  $\sqrt{2}(1 + \cos x) = \operatorname{ctg} \frac{x}{2}$ .
7. Розв'язати рівняння  $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - 2\operatorname{tg} 3x = 0$ .
8. Розв'язати рівняння  $4\sin^3 x \cdot \cos 3x + 4\cos^3 x \cdot \sin 3x = 3\sin 2x$ .
9. Розв'язати рівняння  $2\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x - 3 = 0$ .
10. Розв'язати рівняння  $\operatorname{tg} x + \frac{1}{\cos^2 x} = 3$ .

### Варіант 2

1. Спростити вираз  $\frac{\cos \beta \cdot \operatorname{tg} \beta}{\sin^2 \beta} - \operatorname{ctg} \beta \cdot \cos \beta$ .
2. Довести справедливість рівності  $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7} = \frac{1}{8}$ .
3. Розв'язати рівняння  $\cos(1-3x) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .
4. Розв'язати рівняння  $3\cos x + 5\sin x = 4$ .
5. Розв'язати рівняння  $\sin 2x - \sin 3x + \sin 8x = \sin 7x$ .
6. Розв'язати рівняння  $(\cos 6x - 1) \cdot \operatorname{ctg} 3x = \sin 3x$ .
7. Розв'язати рівняння  $\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} 2x - \operatorname{tg} 3x = 0$ .
8. Розв'язати рівняння  $\sin^3 x \cdot \sin 3x + \cos^3 x \cdot \cos 3x = \cos^3 4x$ .
9. Розв'язати рівняння  $3\sin^2 2x + 7\cos 2x - 3 = 0$ .
10. Розв'язати рівняння  $2\operatorname{tg}^2 x + 3 = \frac{3}{\cos x}$ .

## Контрольна робота №5

### Варіант 1

1. Дві сторони трикутника дорівнюють  $6\text{ см}$  та  $8\text{ см}$ , а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює  $5\text{ см}$ . Знайти третю сторону трикутника.
2. Сторона прямокутника дорівнює  $a$ , а кут між діагоналями, протилежний іншій стороні, дорівнює  $\varphi$ . Знайти площу прямокутника.
3. Висоти паралелограма, проведені з однієї вершини, дорівнюють  $a$  та  $b$ , а кут між ними дорівнює  $\alpha$ . Знайти площу паралелограма.

4. Діагоналі рівнобічної трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти площу цієї трапеції, якщо її основи дорівнюють  $6\text{см}$  та  $10\text{см}$ .
5. Основа рівнобіжного трикутника дорівнює  $a$ , кут при основі дорівнює  $\alpha$ . Знайти довжину медіани, проведеної до бічної сторони.

### **Варіант 2**

1. Дві сторони трикутника дорівнюють  $7\text{см}$  та  $11\text{см}$ , а медіана, проведена до третьої сторони, дорівнює  $6\text{см}$ . Знайти третю сторону трикутника.
2. Сторона прямокутника дорівнює  $a$ , а кут між діагоналями, протилежний до заданої сторони, дорівнює  $\varphi$ . Знайти площу прямокутника.
3. Сторони паралелограма дорівнюють  $12\text{см}$  та  $7\text{см}$ , а кут між його висотами, проведеними з однієї вершини, дорівнює  $30^\circ$ . Знайти площу паралелограма.
4. Діагоналі рівнобічної трапеції взаємно перпендикулярні. Знайти площу цієї трапеції, якщо її висота дорівнює  $h$ .
5. Основа рівнобіжного трикутника дорівнює  $a$ , кут при вершині дорівнює  $\alpha$ . Знайти довжину бісектриси, проведеної до бічної сторони.

## **Контрольна робота №6**

### **Варіант 1**

1. Основою прямої призми є ромб. Діагоналі призми дорівнюють  $8\text{см}$  та  $5\text{см}$ , а висота призми дорівнює  $2\text{см}$ . Знайти площу основи.
2. У правильній трикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\alpha$ . Знайти площу бічної поверхні піраміди, якщо радіус окружності, описаної біля її бічної грані дорівнює  $R$ .
3. Діагональ осевого переріза циліндра дорівнює  $d$  і складає з утворюючою кут  $\alpha$ . Знайти об'єм циліндра.
4. У правильній чотирикутній піраміді плоский кут при вершині дорівнює  $\alpha$ . Знайти площу повної поверхні вписаного конуса, якщо площа основи піраміди дорівнює  $Q$ .
5. Знайти радіус кулі, описаної біля правильної чотирикутної піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює  $a$ , а бічне ребро нахилене до площини основи під кутом  $\alpha$ .

### **Варіант 2**

1. Основою прямої призми є ромб. Діагоналі призми дорівнюють  $d_1$  і  $d_2$ , а висота призми дорівнює  $h$ . Знайти сторону основи призми.

2. У правильній трикутній піраміді бокове ребро утворює зі стороною основи кут  $\beta$ . Знайти бокову поверхню піраміди, якщо радіус окружності, вписаної до бічної грані, дорівнює  $r$ .
3. Площу осьового переріза циліндра дорівнює  $S$ , кут між діагоналлю переріза і площиною основи дорівнює  $\alpha$ . Знайти об'єм циліндра.
4. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро дорівнює  $b$  і складає з площиною основи кут  $\alpha$ . Знайти площу повної поверхні конуса, описаного біля піраміди.
5. Знайти радіус кулі, описаної біля правильної трикутної піраміди, якщо сторона основи піраміди дорівнює  $a$ , а бокове ребро нахилене до площини основи під кутом  $\alpha$ .

## *Список літератури*

1. Алексеев В.М. Элементарная математика. Решение задач. – К.: Вища школа, 1989. – 360 с.
2. Бардушкин В.В., Кожухов И.Б., Прокофьев А.А., Ревякин А.М., Терещенко А.М. Письменный вступительный экзамен по математике. Серия «Как сдать экзамены» - М.: Лист, 1998. – 288 с.
3. Збірник конкурсних і олімпіадних задач з математики / За ред. О.К. Закусило. – К.: Діалектика, 1995. – 192 с.
4. Ігначков В.С., Ігначкова А.В. Математика для вступників у ВУЗи. – Х.: Основа, 1992. – 332 с.
5. Карагодова О.О., Черняк О.І. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків: Посібн. для старшокласників та абітурієнтів. – К.: Тов. «Знання», КОО, 2000. – 332 с.
6. Конкурсні задачі з математики: Навч. посібн. / В.А. Вишенський, М.О. Перестюк, А.М. Самойленко. – К.: Вища школа, 2001. – 432 с.
7. Куланин Е.Д. и др. 3000 конкурсных задач по математике. – М.: Рольф, 1997. – 608 с.
8. Олехин С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И. Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: Справочник. – М.: Изд. «Факториал», 1997. – 216 с.
9. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы / Под ред. М.И. Сканава. – М.: Высшая школа, 1995. – 432 с.